

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – gennaio 2023



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = x \cdot \sqrt{\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 1}}$$

Dominio	$E = (-\infty, -1) \cup (1, 2] \cup [4, +\infty)$
Positività	$P = (1, 2) \cup (4, +\infty)$
Intersezioni	$A(2; 0) \quad B(4; 0)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 5x - 2})$ e $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\log(x^2 - x - 5)}{x^2 - 3x}$

Soluzioni	$-3/2; 5/3$
-----------	-------------

Domanda 3 (punti 3, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$

Derivata prima	$f' = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 2)^2} \quad E = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
Estremi	$M(-1; -2) \quad m(5; 10)$ cresce in $(-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = (x^2 - x) \cdot e^{x-1}$

Derivata prima	$f' = e^{x-1} \cdot (x^2 + x - 1) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = e^{x-1} \cdot x \cdot (x + 3)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-3; 12e^{-4}); F_2(0; 0)$ convessa in $(-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{x^4 - 4x^2 + x + 1}{(x - 1) \cdot (x^2 - 5x + 6)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{1, 2, 3\}$
As. verticali	$x = 1, x = 2 \text{ e } x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = x + 6$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^4 \left(\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot e^{1-3x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{4}(2x - 2\sqrt{x} + \log(2\sqrt{x} + 1))$ $\frac{1}{4}(4 + \log(5)) \approx 1,4024$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{9}e^{1-3x} \cdot (3x + 1) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + 4z = 2 \\ x + k \cdot y - 2z = 1 \\ -2x + y + 4z = 3 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -2; -1/2$: incompatibile $k \neq -2; -1/2$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{4-2k}{2k^2+5k+2}; y = \frac{5}{2k+1}; z = \frac{3k^2+3k+2}{4k^2+10k+4}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = -x^2 + x \cdot y + 2x - 4y^2 - y + 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = x + 2y = 5$.

Derivate parziali	$f_x = -2x + y + 2 \quad f_y = x - 8y - 1$
Estremi liberi	$M(1;0) \quad z = 3 \quad H = 15$
Estremi vincolati	$M(3;1) \quad \lambda = -3 \quad z = -3$ $H = 20$

Domande teoriche.

- 1) Classificazione dei punti di discontinuità (punti 2, 4*)
- 2) Il teorema di Rolle con esempio e significato geometrico (punti 2, 4*)
- 3) Definizione di primitiva e integrale indefinito (punti 2, 4*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).*